大连市 2023 年初中毕业升学考试

数学

注意事项：

1．请在答题卡上作答，在试卷上作答无效．

2．本试卷共五大题，26 小题，满分 150 分．考试时间为 120 分钟．

参考公式：抛物线 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ **的顶点为** $\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$**．**

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有 1 个选项正确）

1．−6 的绝对值是（　）

A. -6　　B. 6　　C. - $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{6}$

【答案】B

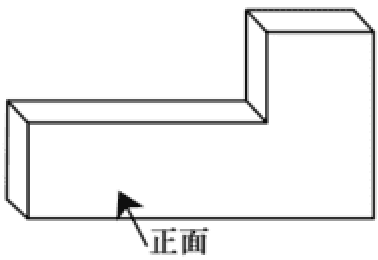
【解析】

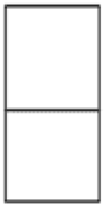
【分析】在数轴上，表示一个数的点到原点的距离叫做这个数的绝对值．

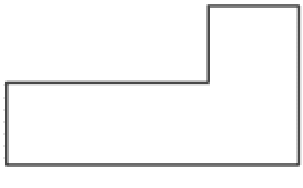
【详解】负数的绝对值等于它的相反数，所以-6 的绝对值是 6．

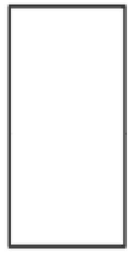
故选：B．

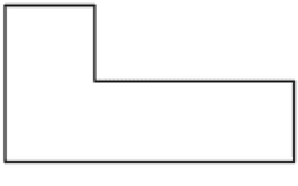
2．如图所示的几何体中，主视图是（　　）



A. 

B. 

C. 

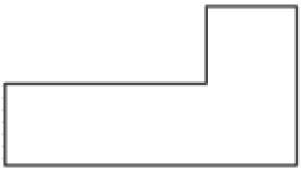
D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据主视图是从正面看得到的图形解答即可.

【详解】解：从正面看看到的是

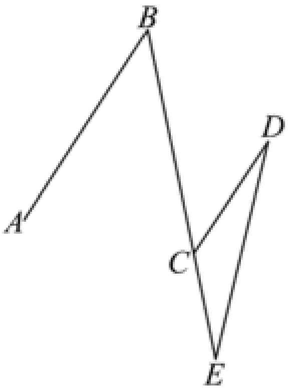


，

故选：B.

【点睛】本题考查了三视图的知识，属于简单题，熟知主视图是从物体的正面看得到的视图是解题的关键.

3. 如图，直线 $AB // CD, \angle ABE = 45°, \angle D = 20°$，则 $\angle E$ 的度数为（　　）



A. $20°$　　B. $25°$　　C. $30°$　　D. $35°$

【答案】B

【解析】

【分析】先根据平行线的性质可得 $\angle BCD = \angle ABE = 45°$，再根据三角形的外角性质即可得.

【详解】解：$\because AB // CD, \angle ABE = 45°$，

$\therefore \angle BCD = \angle ABE = 45°$，

$\because \angle D = 20°$，

$\therefore \angle E = \angle BCD - \angle D = 25°$，

故选：B.

【点睛】本题考查了平行线的性质、三角形的外角性质，熟练掌握平行线的性质是解题关键.

4. 某种离心机的最大离心力为 17000g. 数据 17000g 用科学计数法表示为（　　）

A. 0.17×10^4　　B. 1.7×10^5　　C. 1.7×10^4　　D. 17×10^3

【答案】C

【解析】

【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为$a\times 10^{n}$，其中$1\le |a|<10$，n为整数.

【详解】解：$17000=1.7\times 10^{4}$.

故选：C.

【点睛】本题考查了科学记数法，科学记数法的表示形式为$a\times 10^{n}$的形式，其中$1\le |a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原来的数，变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值≥ 10时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数，确定a与n的值是解题的关键.

5. 下列计算正确的是（　　）

A. $\left(\sqrt{2}\right)^{0}=\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{6}$　　C. $\sqrt{8}=4\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}-2\right)=6-2\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据零指数幂，二次根式的加法以及二次根式的性质，二次根式的混合运算进行计算即可求解.

【详解】解：A. $\left(\sqrt{2}^{0}\right)=1$，故该选项不正确，不符合题意；

B. $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$，故该选项不正确，不符合题意；

C. $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，故该选项不正确，不符合题意；

D. $\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}-2\right)=6-2\sqrt{3}$，故该选项正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了零指数幂，二次根式的加法以及二次根式的性质，二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的运算法则是解题的关键.

6. 将方程$\dfrac{1}{x-1}+3=\dfrac{3x}{1-x}$去分母，两边同乘$\left(x-1\right)$后的式子为（　　）

A. $1+3=3x\left(1-x\right)$　　B. $1+3\left(x-1\right)=-3x$　　C. $x-1+3=-3x$　　D. $1+3\left(x-1\right)=3x$

【答案】B

【解析】

【分析】根据解分式方程的去分母的方法即可得.

【详解】解：$\frac{1}{x-1}+3=\frac{3x}{1-x}$，

两边同乘$\left(x-1\right)$去分母，得$1+3\left(x-1\right)=-3x$，

故选：B．

【点睛】本题考查了解分式方程，熟练掌握去分母的方法是解题关键．

7. 已知蓄电池两端电压U为定值，电流I与R成反比例函数关系．当$I=4\text{A}$时，$R=10\Omega$，则当$I=5\text{A}$时，R的值为（　　）

A. 6Ω　　B. 8Ω　　C. 10Ω　　D. 12Ω

【答案】B

【解析】

【分析】利用待定系数法求出U的值，由此即可得．

【详解】解：由题意得：$R=\frac{U}{I}$，

$\because$当$I=4\text{A}$时，$R=10\Omega$，

$\therefore 10=\frac{U}{4}$，

解得$U=40$，

$\therefore R=\frac{40}{I}$，

则当$I=5\text{A}$时，$R=\frac{40}{5}=8\left(\Omega\right)$，

故选：B．

【点睛】本题考查了反比例函数，熟练掌握待定系数法是解题关键．

8. 圆心角为$90°$，半径为3的扇形弧长为（　　）

A. 2π　　B. 3π　　C. $\frac{3}{2}\pi$　　D. $\frac{1}{2}\pi$

【答案】C

【解析】

【分析】根据弧长公式$l=\frac{n\pi r}{180}$（弧长为l，圆心角度数为n，圆的半径为r），由此计算即可．

【详解】解：该扇形的弧长$l=\frac{n\pi r}{180}=\frac{90\pi\times 3}{180}=\frac{3\pi}{2}$，

故选：C．

【点睛】本题考查了扇形的弧长计算公式$l=\frac{n\pi r}{180}$（弧长为l，圆心角度数为n，圆的半径为r），正确记忆弧长公式是解答此题的关键.

9. 已知抛物线$y=x^2-2x-1$，则当$0\le x\le 3$时，函数的最大值为（　　）

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 2

【答案】D

【解析】

【分析】把抛物线$y=x^2-2x-1$化为顶点式，得到对称轴为$x=1$，当$x=1$时，函数的最小值为-2，再分别求出$x=0$和$x=3$时的函数值，即可得到答案.

【详解】解：$\because y=x^2-2x-1=(x-1)^2-2$，

$\therefore$对称轴为$x=1$，当$x=1$时，函数的最小值为-2，

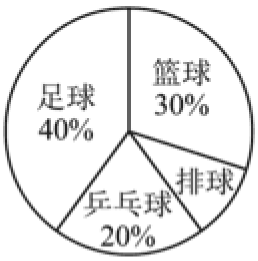
当$x=0$时，$y=x^2-2x-1=-1$，当$x=3$时，$y=3^2-2\times3-1=2$，

$\therefore$当$0\le x\le 3$时，函数的最大值为2，

故选：D

【点睛】此题考查了二次函数的最值，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

10. 某小学开展课后服务，其中在体育类活动中开设了四种运动项目：乒乓球、排球、篮球、足球．为了解学生最喜欢哪一种运动项目，随机选取100名学生进行问卷调查（每位学生仅选一种），并将调查结果绘制成如下的扇形统计图．下列说法错误的是（　　）



A. 本次调查的样本容量为100　　B. 最喜欢篮球的人数占被调查人数的30%

C. 最喜欢足球的学生为40人　　D. “排球”对应扇形的圆心角为$10°$

【答案】D

【解析】

【分析】A.随机选取100名学生进行问卷调查，数量100就是样本容量，据此解答；

B.由扇形统计图中喜欢篮球的占比解答；

C.用总人数乘以40%即可解答；

D.先用 1 减去足球、篮球、乒乓球的占比得到排球的占比，再利用$360°$乘以排球的占比即可解答．

【详解】解：A. 随机选取 100 名学生进行问卷调查，数量 100 就是样本容量，故 A 正确；

B.由统计图可知， 最喜欢篮球的人数占被调查人数的30%，故 B 正确；

C. 最喜欢足球的学生为$100\times40\%=40$（人），故 C 正确；

D.“排球”对应扇形的圆心角为$360°\times(1-40\%-30\%-20\%)=360°\times10\%=36°$，故 D 错误

故选：D．

【点睛】本题考查扇形统计图及其相关计算、总体、个体、样本容量、样本、用样本估计总体等知识，是基础考点，掌握相关知识是解题关键．

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. $9>-3x$的解集为______________.

【答案】$x>-3$

【解析】

【分析】根据不等式的性质解不等式即可求解．

【详解】解：$9>-3x$，

解得：$x>-3$，

故答案为：$x>-3$．

【点睛】本题考查了求不等式的解集，熟练掌握不等式的性质是解题的关键．

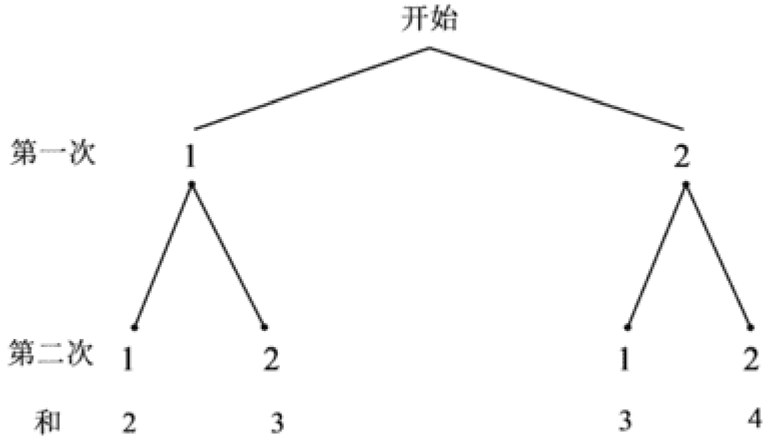
12. 一个袋子中装有两个标号为“1”“2”的球．从中任意摸出一个球，记下标号后放回并再次摸出一个球，记下标号后放回．则两次标号之和为 3 的概率为______________.

【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】先画出树状图，从而可得两次摸球的所有等可能的结果，再找出两次标号之和为 3 的结果，然后利用概率公式求解即可得．

【详解】解：由题意，画出树状图如下：



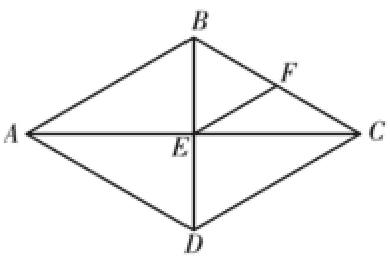
由图可知，两次摸球的所有等可能的结果共有 4 种，其中，两次标号之和为 3 的结果有 2 种，

则两次标号之和为 3 的概率为 $P=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查了利用列举法求概率，熟练掌握列举法是解题关键.

13. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，AC、BD 为菱形的对角线，$\angle DBC=60°, BD=10$，点 F 为 BC 中点，则 EF 的长为______________.



【答案】5

【解析】

【分析】根据题意得出 $\triangle BDC$ 是等边三角形，进而得出 $DC=BD=10$，根据中位线的性质即可求解.

【详解】解：∵在菱形 $ABCD$ 中，AC、BD 为菱形的对角线，

∴ $AB=AD=DC=BC$，$AC\perp BD$，

∵ $\angle DBC=60°$，

∴ $\triangle BDC$ 是等边三角形，

∵ $BD=10$，

∴ $DC=BD=10$，

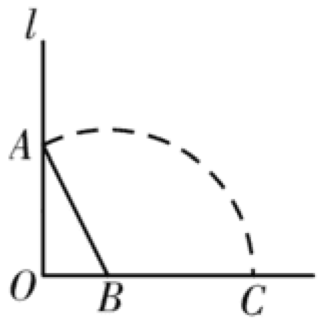
∵ E 是 BD 的中点，点 F 为 BC 中点，

∴ $EF=\frac{1}{2}DC=5$，

故答案为：5．

【点睛】本题考查了菱形的性质，等边三角形的性质与判定，中位线的性质，熟练掌握以上知识是解题的关键．

14. 如图，在数轴上，$OB=1$，过O作直线$l\perp OB$于点O，在直线l上截取$OA=2$，且A在OC上方．连接AB，以点B为圆心，AB为半径作弧交直线OB于点C，则C点的横坐标为______________．



【答案】$1+\sqrt{5}$ ## $\sqrt{5}+1$

【解析】

【分析】根据勾股定理求得AB，根据题意可得$BC=AB=\sqrt{5}$，进而即可求解．

【详解】解：$\because l\perp OB$，$OB=1$，$OA=2$，

在$\mathrm{Rt}\triangle AOB$中，$AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

$\therefore BC=AB=\sqrt{5}$，

$\therefore OC=OB+BC=1+\sqrt{5}$，

O为原点，OC为正方向，则C点的横坐标为$1+\sqrt{5}$；

故答案为：$1+\sqrt{5}$．

【点睛】本题考查了勾股定理与无理数，实数与数轴，熟练掌握勾股定理是解题的关键．

15. 我国的《九章算术》中记载道：“今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四．问有几人．”大意是：今有人合伙购物，每人出8元钱，会多3钱；每人出7元钱，又差4钱，问人数有多少．设有x人，则可列方程为：______________．

【答案】$8x-3=7x+4$

【解析】

【分析】设有x人，每人出8元钱，会多3钱，则物品的钱数为：$(8x-3)$元，每人出7元钱，又差4钱，则物品的钱数为：$(7x+4)$元，根据题意列出一元一次方程即可求解．

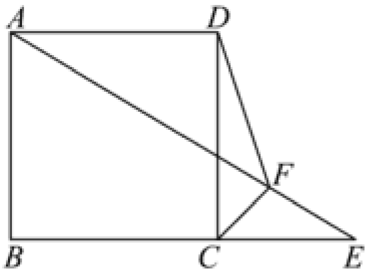
【详解】设有x人，每人出8元钱，会多3钱，则物品的钱数为：$(8x-3)$元，每人出7元钱，又差4钱，则物品的钱数为：$(7x+4)$元，

则可列方程为：$8x-3=7x+4$

故答案为：$8x-3=7x+4$.

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，根据题意列出一元一次方程是解题的关键.

16. 如图，在正方形$ABCD$中，$AB=3$，延长BC至E，使$CE=2$，连接AE，CF平分$\angle DCE$交AE于F，连接DF，则DF的长为____________.

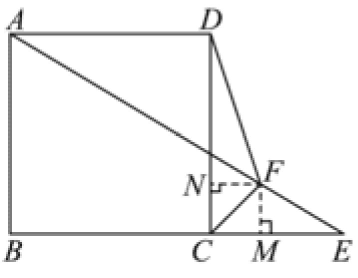


【答案】$\dfrac{3\sqrt{10}}{4}$

【解析】

【分析】如图，过F作$FM\perp BE$于M，$FN\perp CD$于N，由CF平分$\angle DCE$，可知$\angle FCM=\angle FCN=45^\circ$，可得四边形$CMFN$是正方形，$FM /\!/ AB$，设$FM=CM=NF=CN=a$，则$ME=2-a$，证明$\triangle EFM\backsim\triangle EAB$，则$\dfrac{FM}{AB}=\dfrac{ME}{BE}$，即$\dfrac{a}{3}=\dfrac{2-a}{3+2}$，解得$a=\dfrac{3}{4}$，$DN=CD-CN=\dfrac{9}{4}$，由勾股定理得$DF=\sqrt{DN^2+NF^2}$，计算求解即可.

【详解】解：如图，过F作$FM\perp BE$于M，$FN\perp CD$于N，则四边形$CMFN$是矩形，$FM /\!/ AB$，



$\because CF$平分$\angle DCE$，

$\therefore \angle FCM=\angle FCN=45^\circ$，

$\therefore CM=FM$，

$\therefore$四边形$CMFN$是正方形，

设$FM=CM=NF=CN=a$，则$ME=2-a$，

$\because FM // AB$，

$\therefore \triangle EFM \backsim \triangle EAB$，

$\therefore \frac{FM}{AB}=\frac{ME}{BE}$，即 $\frac{a}{3}=\frac{2-a}{3+2}$，解得 $a=\frac{3}{4}$，

$\therefore DN=CD-CN=\frac{9}{4}$，

由勾股定理得 $DF=\sqrt{DN^2+NF^2}=\frac{3\sqrt{10}}{4}$，

故答案为：$\frac{3\sqrt{10}}{4}$．

【点睛】本题考查了正方形的判定与性质，勾股定理，相似三角形的判定与性质．解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用．

三、解答题（本题共 4 小题，其中 17 题 9 分，18、19、20 题各 10 分，共 39 分）

17. 计算：$\left(\frac{1}{a+3}+\frac{1}{a^2-9}\right)\div\frac{a-2}{2a+6}$．

【答案】$\frac{2}{a-3}$

【解析】

【分析】先计算括号内的加法，再计算除法即可．

【详解】解：$\left(\frac{1}{a+3}+\frac{1}{a^2-9}\right)\div\frac{a-2}{2a+6}$

$=\left[\frac{a-3}{(a+3)(a-3)}+\frac{1}{(a+3)(a-3)}\right]\div\frac{a-2}{2(a+3)}$

$=\frac{a-2}{(a+3)(a-3)}\div\frac{a-2}{2(a+3)}$

$=\frac{a-2}{(a+3)(a-3)}\cdot\frac{2(a+3)}{a-2}$

$=\frac{2}{a-3}$

【点睛】此题考查了分式的混合运算，熟练掌握分式的运算法则和顺序是解题的关键．

18. 某服装店的某件衣服最近销售火爆．现有 A、B 两家供应商到服装店推销服装，两家服装价格相同，品质相近．服装店决定通过检查材料的纯度来确定选购哪家的服装．检查人员从两家提供的材料样品中分别随机抽取 15 块相同的材料，通过特殊操作检验出其纯度（单位：$\%$），并对数据进行整理、描述和分析．部分信息如下：

Ⅰ．A 供应商供应材料的纯度（单位：%）如下：

A	72	73	74	75	76	78	79
频数	1	1	5	3	3	1	1

Ⅱ．B 供应商供应材料的纯度（单位：%）如下：

72　75　72　75　78　77　73　75　76　77　71　78　79　72　75

Ⅲ．A、B 两供应商供应材料纯度的平均数、中位数、众数和方差如下：

	平均数	中位数	众数	方差
A	75	75	74	3.07
B	a	75	b	c

根据以上信息，回答下列问题：

（1）表格中的 $a=$______，$b=$______，$c=$______；

（2）你认为服装店应选择哪个供应商供应服装？为什么？

【答案】（1）75，75，6

（2）服装店应选择 A 供应商供应服装.理由见解析.

【解析】

【分析】（1）根据平均数、众数、方差的计算公式分别进行解答即可；

（2）根据方差的定义，方差越小数据越稳定即可得出答案.

【小问 1 详解】

解：B 供应商供应材料纯度的平均数为 $\frac{1}{15}\times(72\times3+75\times4+78\times2+77\times2+73+76+71+79)=75$，

故 $a=75$，

75 出现的次数最多，故众数 $b=75$，

方差

$$c=\frac{1}{15}[3(72-75)^2+4(75-75)^2+2(78-75)^2+2(77-75)^2+(73-75)^2+(76-75)^2+(71-75)^2+(79-75)^2]=6$$

故答案为：75，75，6

【小问 2 详解】

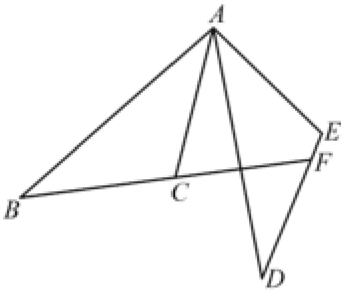
解：服装店应选择 A 供应商供应服装.理由如下：

由于 A、B 平均值一样，B 的方差比 A 的大，故 A 更稳定，

所以选 A 供应商供应服装.

【点睛】本题考查了方差、平均数、中位数、众数，熟悉相关的统计量的计算公式和意义是解答此题的关键.

19. 如图，在$\triangle ABC$和$\vee ADE$中，延长BC交DE于F，$BC = DE, AC = AE$，$\angle ACF + \angle AED = 180°$．求证：$AB = AD$.



【答案】证明见解析

【解析】

【分析】由$\angle ACF + \angle AED = 180°$，$\angle ACF + \angle ACB = 180°$，可得$\angle ACB = \angle AED$，证明$\triangle ABC \cong \triangle ADE(\text{SAS})$，进而结论得证.

【详解】证明：$\because \angle ACF + \angle AED = 180°$，$\angle ACF + \angle ACB = 180°$，

$\therefore \angle ACB = \angle AED$，

$\because BC = DE$，$\angle ACB = \angle AED$，$AC = AE$，

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE(\text{SAS})$，

$\therefore AB = AD$.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质．解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用.

20. 为了让学生养成热爱图书的习惯，某学校抽出一部分资金用于购买书籍．已知2020年该学校用于购买图书的费用为5000元，2022年用于购买图书的费用是7200元，求$2020-2022$年买书资金的平均增长率.

【答案】20%

【解析】

【分析】设$2020-2022$年买书资金的平均增长率为x，根据2022年买书资金=2020年买书资金$\times(1+x)^2$建立方程，解方程即可得.

【详解】解：设$2020-2022$年买书资金的平均增长率为x，

由题意得：$5000(1+x)^2 = 7200$，

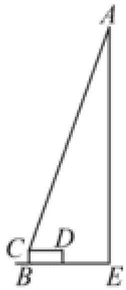
解得$x = 0.2 = 20\%$或$x = -2.2 < 0$（不符合题意，舍去），

答：$2020-2022$年买书资金的平均增长率为20%．

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确建立方程是解题关键．

四、解答题（本题共 3 小题，其中 21 题 9 分，22、23 题各 10 分，共 29 分）

21．如图所示是消防员攀爬云梯到小明家的场景．已知$AE\perp BE, BC\perp BE, CD\parallel BE$，$AC=10.4\text{m}, BC=1.26\text{m}$，点 A 关于点$C$的仰角为$70°$，则楼$AE$的高度为多少 m？（结果保留整数．参考数据：$\sin70°\approx0.94, \cos70°\approx0.34, \tan70°\approx2.75$）

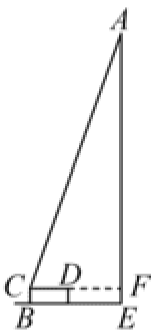


【答案】楼AE的高度为11m

【解析】

【分析】延长CD交AE于点F，依题意可得$EF=BC=1.26\text{m}$，在$\text{Rt}\triangle ACF$，根据$AF=AC\cdot\sin\angle ACF$，求得AF，进而根据$AE=AF+EF$，即可求解．

【详解】解：如图所示，延长CD交AE于点F，



$\because AE\perp BE, BC\perp BE, CD\parallel BE$，

$\therefore EF=BC=1.26\text{m}$

在$\text{Rt}\triangle ACF$中，$\angle ACF=70°$，$AC=10.4\text{m}$，

$\because \sin\angle ACF=\dfrac{AF}{AC}$，

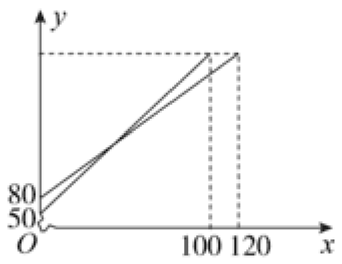
$\therefore AF=AC\cdot\sin\angle ACF=10.4\times\sin70°\approx10.4\times0.94=9.776\text{m}$

$\therefore AE=AF+EF=9.776+1.26\approx11\text{m}$，

答：楼AE的高度为11m．

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用，熟练掌握三角函数的定义是解题的关键．

22. 为了增强学生身体素质，学校要求男女同学练习跑步．开始时男生跑了50m，女生跑了80m，然后男生女生都开始匀速跑步．已知男生的跑步速度为$4.5\text{m}/\text{s}$，当到达终点时男、女均停止跑步，男生从开始匀速跑步到停止跑步共用时120s．已知x轴表示从开始匀速跑步到停止跑步的时间，y轴代表跑过的路程，则：



（1）男女跑步的总路程为_______________.

（2）当男、女相遇时，求此时男、女同学距离终点的距离．

【答案】（1）1000m

（2）315m

【解析】

【分析】（1）根据男女同学跑步的路程相等，求得男生跑步的路程，乘以2，即可求解

（2）根据题意男生从开始匀速跑步到停止跑步的直线解析式为：$y=50+4.5x$，求得女生的速度，进而得出解析式为$y=3.5x+80$， 联立求得$x=30\text{s}$，进而即可求解．

【小问1详解】

解：∵开始时男生跑了50m，男生的跑步速度为$4.5\text{m}/\text{s}$，从开始匀速跑步到停止跑步共用时100s．

∴男生跑步的路程为$50+4.5\times100=500$ m，

∴男女跑步的总路程为$500\times2=1000\text{m}$，

故答案为：1000m．

【小问2详解】

解：男生从开始匀速跑步到停止跑步的直线解析式为：$y=50+4.5x$，

设女生从开始匀速跑步到停止跑步的直线解析式为：$y=kx+80$，

依题意，女生匀速跑了$500-80=420$ m，用了120s，则速度为$420\div120=3.5$ m/s，

$\therefore y=3.5x+80$，

联立$\begin{cases} y=50+4.5x \\ y=3.5x+80 \end{cases}$

解得：$x=30$

将$x=30$代入$y=50+4.5x$

解得：$y=185$，

∴此时男、女同学距离终点的距离为$500-185=315$ m．

【点睛】本题考查了一次函数的应用，根据题意求得函数解析式是解题的关键．

23. 如图1，在$\odot O$中，AB为$\odot O$的直径，点C为$\odot O$上一点，AD为$\angle CAB$的平分线交$\odot O$于点D，连接OD交BC于点E．

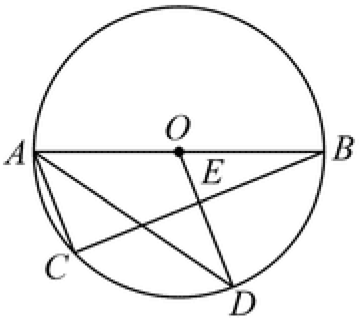


图1

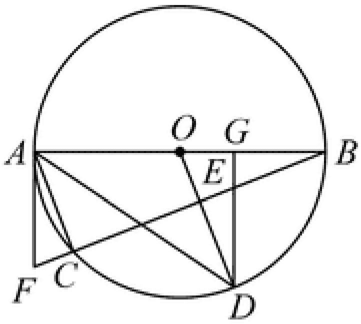


图2

（1）求$\angle BED$的度数；

（2）如图2，过点A作$\odot O$的切线交BC延长线于点F，过点D作$DG\parallel AF$交AB于点G．若$AD=2\sqrt{35}, DE=4$，求DG的长．

【答案】（1）90°；

（2）$2\sqrt{10}$．

【解析】

【分析】（1）根据圆周角定理证明两直线平行，再利用平行线的性质证明角度相等即可；

（2）由勾股定理找到边的关系，求出线段长，再利用等面积法求解即可．

【小问1详解】

∵AB是$\odot O$的直径，

∴$\angle ACB=90^\circ$，

∵AD平分$\angle CAB$，

$\therefore \angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC$，即 $\angle BAC=2\angle BAD$，

$\because OA=OD$，

$\therefore \angle BAD=\angle ODA$，

$\therefore \angle BOD=\angle BAD+\angle ODA=2\angle BAD$，

$\therefore \angle BOD=\angle BAC$，

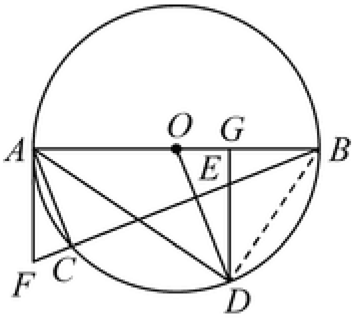
$\therefore OD \parallel AC$，

$\therefore \angle OEB=\angle ACB=90^\circ$，

$\therefore \angle BED=90^\circ$，

【小问 2 详解】

如图，连接 BD，设 $OA=OB=OD=r$，



则 $OE=r-4$， $AC=2OE=2r-8$， $AB=2r$，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ADB=90^\circ$，

在 $Rt\triangle ADB$ 中，有勾股定理得： $BD^2=AB^2-AD^2$

由（1）得： $\angle BED=90^\circ$，

$\therefore \angle BED=\angle BEO=90^\circ$，

由勾股定理得： $BE^2=OB^2-OE^2$， $BE^2=BD^2-DE^2$，

$\therefore BD^2=AB^2-AD^2=BE^2+DE^2=OB^2-OE^2+DE^2$，

$\therefore (2r)^2-\left(2\sqrt{35}\right)^2=r^2-(r-4)^2+4^2$，整理得： $r^2-2r-35=0$，

解得： $r=7$ 或 $r=-5$（舍去），

$\therefore AB=2r=14$，

$\therefore BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{14^2-\left(2\sqrt{35}\right)^2}=2\sqrt{14}$，

$\because AF$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore AF \perp AB$，

$\because DG \parallel AF$，

$\therefore DG \perp AB$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AD\cdot BD=\frac{1}{2}AB\cdot DG$，

$\therefore DG=\frac{AD\cdot BD}{AB}=\frac{2\sqrt{35}\times 2\sqrt{14}}{14}=2\sqrt{10}$．

【点睛】此题考查了圆周角定理和勾股定理，三角形中位线定理，切线的性质，解一元二次方程，熟练掌握圆周角定理和勾股定理是解题的关键．

五、解答题（本题共 3 小题，其中 24、25 题各 11 分，26 题 12 分，共 34 分）

24. 如图 1，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x$ 与直线 BC 相交于点 A，$P(t,0)$ 为线段 OB 上一动点（不与点 B 重合），过点 P 作 $PD\perp x$ 轴交直线 BC 于点 D．$\triangle OAB$ 与 $\triangle DPB$ 的重叠面积为 S．S 关于 t 的函数图象如图 2 所示．

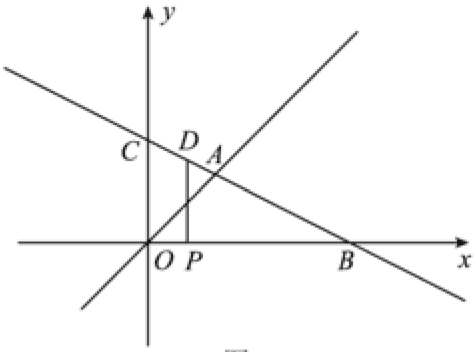


图1

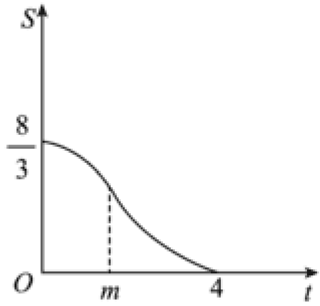


图2

（1）OB 的长为______________；$\triangle OAB$ 的面积为______________．

（2）求 S 关于 t 的函数解析式，并直接写出自变量 t 的取值范围．

【答案】（1）4，$\frac{8}{3}$

（2）$S=\begin{cases}-\frac{1}{2}t^2+\frac{8}{3}\left(0\le t\le\frac{4}{3}\right)\\ \frac{1}{4}t^2-2t+4\left(\frac{4}{3}<t\le 4\right)\end{cases}$

【解析】

【分析】（1）根据函数图象即可求解．

（2）根据（1）的结论，分 $0\le t\le\frac{4}{3}$，$\frac{4}{3}<t\le 4$，根据 $\triangle OAB$ 与 $\triangle DPB$ 的重叠面积为 S，分别求解即可．

【小问 1 详解】

解：当$t=0$时，P点与O重合，此时$S=\frac{8}{3}=S_{\triangle ABO}$，

当$t=4$时，$S=0$，即P点与B点重合，

$\therefore OB=4$，则$B(4,0)$，

故答案为：4，$\frac{8}{3}$.

【小问2详解】

$\because$ A在$y=x$上，则$\angle OAB=45^\circ$设$A(a,a)$，

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times OB\times a=\frac{1}{2}\times 4\times a=\frac{8}{3}$

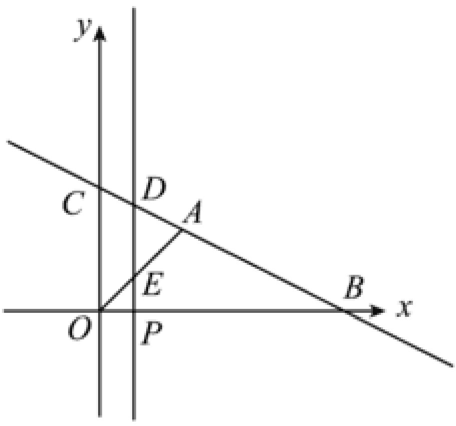
$\therefore a=\frac{4}{3}$，则$A\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$

当$0\le t\le\frac{4}{3}$时，如图所示，设DP交OA于点E，

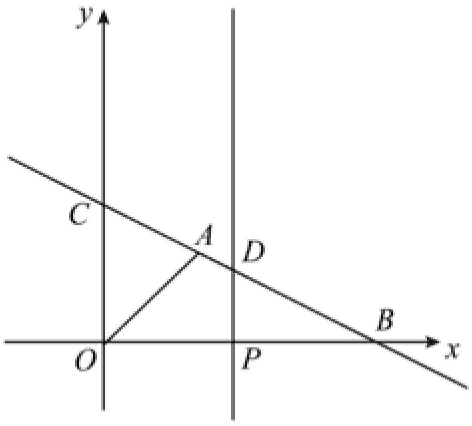
$\because \angle OAB=45^\circ$，$DP\perp OB$，

则$EP=OP=t$

$\therefore S=\frac{8}{3}-\frac{1}{2}t^2$



当$\frac{4}{3}<t\le 4$时，如图所示，



$\because B(4,0)$， $A\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$，

$\therefore \begin{cases} 4k+b=0 \\ \frac{4}{3}k+b=\frac{4}{3} \end{cases}$

解得：$\begin{cases} b=2 \\ k=-\frac{1}{2} \end{cases}$，

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 2$，

当 $x=0$ 时， $y=2$，则 $C(0,2)$，

$\therefore OC=2$，

$\because \tan\angle CBO=\frac{DP}{PD}=\frac{OC}{OB}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

$\because BP=4-t$，则 $DP=2-\frac{1}{2}t$，

$\therefore S=S_{\triangle DPB}=\frac{1}{2}DP\times BP=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times(4-t)^2=\frac{1}{4}(4-t)^2=\frac{1}{4}t^2-2t+4$，

综上所述：$S=\begin{cases} -\frac{1}{2}t^2+\frac{8}{3}\left(0\le t\le\frac{4}{3}\right) \\ \frac{1}{4}t^2-2t+4\left(\frac{4}{3}<t\le 4\right) \end{cases}$.

【点睛】本题考查了正切的定义，动点问题的函数图象，一次函数与坐标轴交点问题，从函数图象获取信

息是解题的关键．

25. 综合与实践

问题情境：数学活动课上，王老师给同学们每人发了一张等腰三角形纸片探究折叠的性质．

已知 $AB=AC,\angle A>90^{\circ}$，点 E 为 AC 上一动点，将 $\triangle ABE$ 以 BE 为对称轴翻折．同学们经过思考后进行如下探究：

独立思考：小明："当点 D 落在 BC 上时，$\angle EDC=2\angle ACB$．"

小红："若点 E 为 AC 中点，给出 AC 与 DC 的长，就可求出 BE 的长．"

实践探究：奋进小组的同学们经过探究后提出问题 1，请你回答：

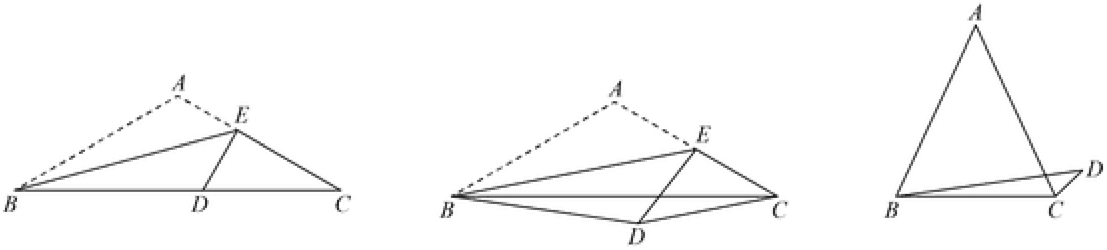


图1　　　　图2　　　　图3

问题 1：在等腰 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC,\angle A>90^{\circ},\triangle BDE$ 由 $\triangle ABE$ 翻折得到．

（1）如图 1，当点 D 落在 BC 上时，求证：$\angle EDC=2\angle ACB$；

（2）如图 2，若点 E 为 AC 中点，$AC=4,CD=3$，求 BE 的长．

问题解决：小明经过探究发现：若将问题 1 中的等腰三角形换成 $\angle A<90^{\circ}$ 的等腰三角形，可以将问题进一步拓展．

问题 2：如图 3，在等腰 $\triangle ABC$ 中，$\angle A<90^{\circ},AB=AC=BD=4,2\angle D=\angle ABD$．若 $CD=1$，则求 BC 的长．

【答案】（1）见解析；（2）$\dfrac{3+\sqrt{57}}{2}$；问题 2：$BC=\sqrt{10}$

【解析】

【分析】（1）根据等边对等角可得 $\angle ABC=\angle C$，根据折叠以及三角形内角和定理，可得 $\angle BDE=\angle A=180^{\circ}-2\angle C$，根据邻补角互补可得 $\angle EDC+\angle BDE=180^{\circ}$，即可得证；

（2）连接 AD，交 BE 于点 F，则 EF 是 $\triangle ADC$ 的中位线，勾股定理求得 AF,BF，根据 $BE=BF+EF$ 即可求解；

问题 2：连接 AD，过点 B 作 $BM\perp AD$ 于点 M，过点 C 作 $CG\perp BM$ 于点 G，根据已知条件可得 $BM\parallel CD$，则四边形 $CGMD$ 是矩形，勾股定理求得 AD，根据三线合一得出 MD,CG，根据勾股定理求得 BC 的长，即可求解．

【详解】（1）∵等腰 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC,\angle A>90^{\circ},\triangle BDE$ 由 $\triangle ABE$ 翻折得到

$\therefore \angle ABC=\angle C$，$\angle BDE=\angle A=180^\circ-2\angle C$，

$\because \angle EDC+\angle BDE=180^\circ$，

$\therefore \angle EDC=2\angle ACB$；

（2）如图所示，连接 AD，交 BE 于点 F，

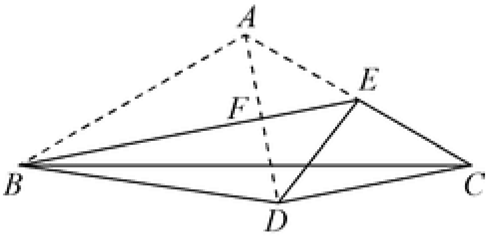


图2

$\because$折叠，

$\therefore EA=ED$，$AF=FD$，$AE=\frac{1}{2}AC=2$，$AD\perp BE$，

$\because E$ 是 AC 的中点，

$\therefore EA=EC$，

$\therefore EF=\frac{1}{2}CD=\frac{3}{2}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AEF$ 中，$AF=\sqrt{AE^2-EF^2}=\sqrt{2^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABF$ 中，$BF=\sqrt{AB^2-AF^2}=\sqrt{4^2-\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{57}}{2}$，

$\therefore BE=BF+EF=\frac{3+\sqrt{57}}{2}$；

问题 2：如图所示，连接 AD，过点 B 作 $BM\perp AD$ 于点 M，过点 C 作 $CG\perp BM$ 于点 G，

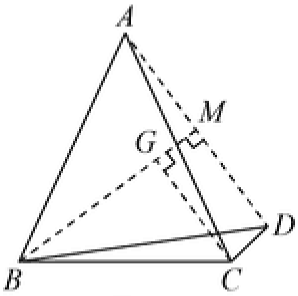


图3

$\because AB=BD$，

$\therefore AM=MD$，$\angle ABM=\angle DBM=\frac{1}{2}\angle ABD$，

$\because 2\angle BDC=\angle ABD$，

$\therefore \angle BDC = \angle DBM$，

$\therefore BM \parallel CD$，

$\therefore CD \perp AD$，

又 $CG \perp BM$，

$\therefore$ 四边形 $CGMD$ 是矩形，

则 $CD = GM$，

在 Rt△ACD 中，$CD = 1$，$AD = 4$，$AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$，

$\therefore AM = MD = \dfrac{\sqrt{15}}{2}$，$CG = MD = \dfrac{\sqrt{15}}{2}$

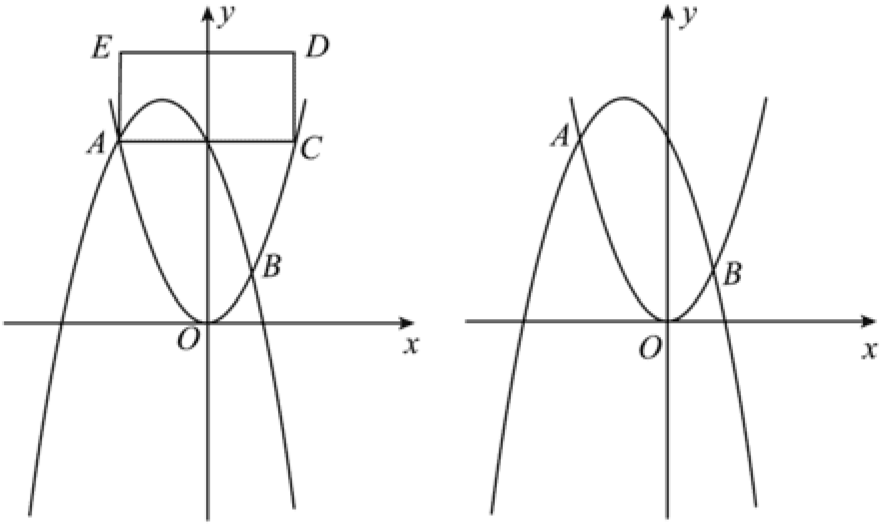
在 Rt△BDM 中，$BM = \sqrt{BD^2 - DM^2} = \sqrt{4^2 - \left(\dfrac{\sqrt{15}}{2}\right)^2} = \dfrac{7}{2}$，

$\therefore BG = BM - GM = BM - CD = \dfrac{7}{2} - 1 = \dfrac{5}{2}$，

在 Rt△BCG 中，$BC = \sqrt{BG^2 + CG^2} = \sqrt{\left(\dfrac{5}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{15}}{2}\right)^2} = \sqrt{10}$．

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，折叠的性质，勾股定理，矩形的性质与判定，熟练掌握以上知识是解题的关键．

26. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $C_1: y = x^2$ 上有两点 A、B，其中点 A 的横坐标为 -2，点 B 的横坐标为 1，抛物线 $C_2: y = -x^2 + bx + c$ 过点 A、B．过 A 作 $AC \parallel x$ 轴交抛物线 C_1 另一点为点 C．以 AC、$\dfrac{1}{2}AC$ 长为边向上构造矩形 $ACDE$．



备用图

（1）求抛物线 C_2 的解析式；

（2）将矩形 $ACDE$ 向左平移 m 个单位，向下平移 n 个单位得到矩形 $A'C'D'E'$，点 C 的对应点 C' 落在抛物线 C_1 上．

①求 n 关于 m 的函数关系式，并直接写出自变量 m 的取值范围；

②直线 $A'E'$ 交抛物线 C_1 于点 P，交抛物线 C_2 于点 Q．当点 E' 为线段 PQ 的中点时，求 m 的值；

③抛物线 C_2 与边 $E'D'$、$A'C'$ 分别相交于点 M、N，点 M、N 在抛物线 C_2 的对称轴同侧，当 $MN=\dfrac{2\sqrt{10}}{3}$ 时，求点 C' 的坐标．

【答案】（1）$y=-x^2-2x+4$

（2）①$n=-m^2+4m\left(0<m<4\right)$；②$m=\dfrac{5-\sqrt{17}}{2}$；③$C'\left(\dfrac{\sqrt{59}}{6},\dfrac{59}{36}\right)$或$C'\left(-\dfrac{\sqrt{59}}{6},\dfrac{59}{36}\right)$

【解析】

【分析】（1）根据题意得出点 $A\left(-2,4\right)$，$B\left(1,1\right)$，待定系数法求解析式即可求解；

（2）①根据平移的性质得出 $C'\left(2-m,4-n\right)$，根据点 C 的对应点 C' 落在抛物线 C_1 上，可得 $\left(2-m\right)^2=4-n$，进而即可求解；

②根据题意得出 $P\left(-2-m,m^2+4m+4\right),Q\left(-2-m,-m^2-2m+4\right)$，求得中点坐标，根据题意即可求解；

③连接 MN，过点 N 作 $NG\perp E'D'$ 于点 G，勾股定理求得 $MG=\dfrac{2}{3}$，设 N 点的坐标为

$\left(a,-a^2-2a+4\right)$，则 $M\left(a-\frac{2}{3},-a^2-2a+6\right)$，将 $M\left(a-\frac{2}{3},-a^2-2a+6\right)$ 代入 $y=-x^2-2x+4$，求得 $a=\frac{5}{6}$，求得 $N\left(\frac{5}{6},\frac{59}{36}\right)$，进而根据 C' 落在抛物线 C_1 上，将 $y=\frac{59}{36}$ 代入 $C_1: y=x^2$，即可求解.

【小问 1 详解】

解：依题意，点 A 的横坐标为 -2，点 B 的横坐标为 1，代入抛物线 $C_1: y=x^2$

$\therefore$ 当 $x=-2$ 时，$y=\left(-2\right)^2=4$，则 $A\left(-2,4\right)$，

当 $x=1$ 时，$y=1$，则 $B\left(1,1\right)$，

将点 $A\left(-2,4\right)$，$B\left(1,1\right)$，代入抛物线 $C_2: y=-x^2+bx+c$，

$\therefore \begin{cases} -\left(-2\right)^2-2b+c=4 \\ -1+b+c=1 \end{cases}$

解得：$\begin{cases} b=-2 \\ c=4 \end{cases}$

$\therefore$ 抛物线 C_2 的解析式为 $y=-x^2-2x+4$；

【小问 2 详解】

①解：$\because AC \parallel x$ 轴交抛物线 $C_1: y=x^2$ 另一点为点 C，

当 $y=4$ 时，$x=\pm 2$，

$\therefore C\left(2,4\right)$，

$\because$ 矩形 $ACDE$ 向左平移 m 个单位，向下平移 n 个单位得到矩形 $A'C'D'E'$，点 C 的对应点 C' 落在抛物线 C_1 上

$\therefore C'\left(2-m,4-n\right)$，$\left(2-m\right)^2=4-n$

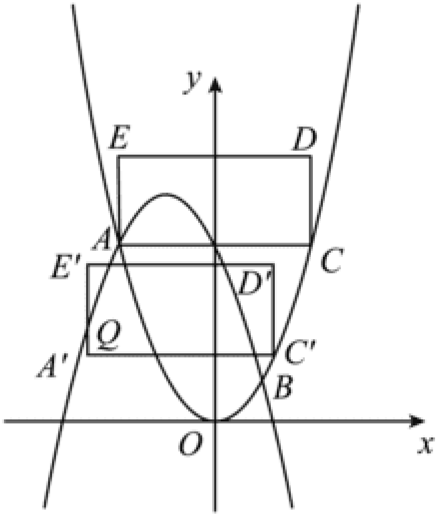
整理得 $n=-m^2+4m$

$\because m>0, n>0$

$\therefore 0<m<4$

$\therefore n=-m^2+4m\left(0<m<4\right)$；

②如图所示，



$\because A\left(-2,4\right)$, $C\left(2,4\right)$

$\therefore AC=4$,

$\because AE=\dfrac{1}{2}AC=2$

$\therefore E\left(-2,6\right)$,

由①可得 $A'\left(-2-m,m^2-4m+4\right)$， $E'\left(-2-m,m^2-4m+6\right)$

$\therefore P$, Q 的横坐标为$-2-m$，分别代入 $C_1: y=x^2$， $y=-x^2-2x+4$

$\therefore P\left(-2-m,m^2+4m+4\right),Q\left(-2-m,-m^2-2m+4\right)$,

$\therefore \dfrac{m^2+4m+4-m^2-2m+4}{2}=m+4$

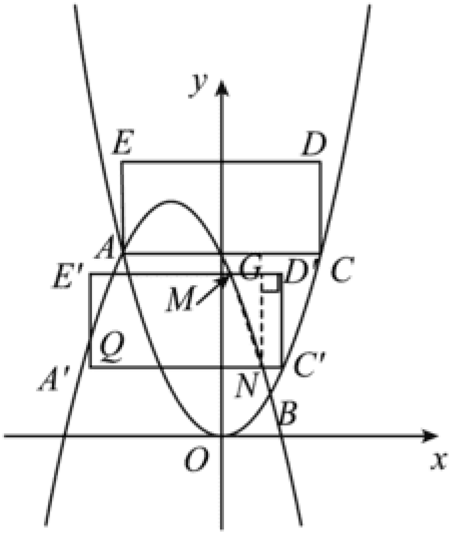
$\therefore PQ$ 的中点坐标为$\left(-2-m,m+4\right)$

$\because$点 E' 为线段 PQ 的中点，

$\therefore m^2-4m+6=m+4$

解得： $m=\dfrac{5-\sqrt{17}}{2}$ 或 $m=\dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$ （大于 4，舍去）

③如图所示，连接 MN，过点 N 作 $NG\perp E'D'$ 于点 G，



则 $NG=2$，$\because MN=\dfrac{2\sqrt{10}}{3}$

$\therefore MG=\sqrt{MN^2-MG^2}=\sqrt{\left(\dfrac{2\sqrt{10}}{3}\right)^2-2^2}=\dfrac{2}{3}$，

设 N 点的坐标为 $\left(a,-a^2-2a+4\right)$，则 $M\left(a-\dfrac{2}{3},-a^2-2a+6\right)$，

将 $M\left(a-\dfrac{2}{3},-a^2-2a+6\right)$ 代入 $y=-x^2-2x+4$，

$-\left(a-\dfrac{2}{3}\right)^2-2\times\left(a-\dfrac{2}{3}\right)+4=-a^2-2a+6$，

解得：$a=\dfrac{5}{6}$，

当 $a=\dfrac{5}{6}$，$-a^2-2a+4=-\left(\dfrac{5}{6}\right)^2-2\times\dfrac{5}{6}+4=\dfrac{59}{36}$

$\therefore N\left(\dfrac{5}{6},\dfrac{59}{36}\right)$，

将 $y=\dfrac{59}{36}$ 代入 $C_1: y=x^2$

解得：$x_1=\dfrac{\sqrt{59}}{6},x_2=-\dfrac{\sqrt{59}}{6}$，

$\therefore C'\left(\dfrac{\sqrt{59}}{6},\dfrac{59}{36}\right)$ 或 $C'\left(-\dfrac{\sqrt{59}}{6},\dfrac{59}{36}\right)$.

【点睛】本题考查了二次函数综合运用，矩形的性质，平移的性质，熟练掌握二次函数的性质是解题的关

键.